Izvorni znanstveni rad

Primljen / Received: 7.10.2012. Ispravljen / Corrected: 22.12.2012. Prihvaćen / Accepted: 27.12.2012. Dostupno online / Available online: 15.1.2013.

Ponašanje mekih stijena ovisno o naprezanjima i vremenu

Autor:



Prof.dr.sc. Zvonko Tomanović, dipl.ing.građ. Univerzitet Crne Gore Građevinski fakultet Podgorica zvonko@ac.me

Zvonko Tomanović

Ponašanje mekih stijena ovisno o naprezanjima i vremenu

Pri matematičkom opisivanju ponašanja nekog materijala, osnovni je zadatak definirati deformacije u funkciji vremena, naprezanja i temperature. Utjecaj stanja naprezanja na deformacijski odziv stijenske mase eksperimentalno je određen jedoosnim, dvoosnim i troosnim ispitivanjima nanošenjem kratkotrajnog opterećenja, te ispitivanjem puzanja u vremenu od 3 do 360 dana. Predloženi model može se primijeniti za opisivanje vremenski ovisnih deformacija pod punim trajnim opterećenjem, ali i nakon ukupnog ili djelomičnog rasterećenja, što je važno za stanje naprezanja u stijenskoj masi oko otvora tunela.

Ključne riječi:

puzanje, meka stijena, reološki model, bočno naprezanje

Original scientific paper

Zvonko Tomanović

The stress and time dependent behaviour of soft rocks

In mathematical description of time dependent behaviour of a material, the basic task is to define deformations as a function of time, stress, and temperature. The influence of stress state on deformation response of the rock mass has been experimentally determined on uniaxial, bi-axial and three-axial specimens of marl by short loading, and by creep tests in the period from 3 to 360 days. The suggested model may be applied for description of time dependent deformations under full constant load, but also after the total or partial unloading, which is significant for the stress condition in the rock mass around the tunnel opening.

Key words:

creep, soft rock, rheological model, lateral stress

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Zvonko Tomanović

Spannungs - und zeitabhängiges Verhalten von weichem Gestein

Die grundlegende Aufgabe bei der mathematischen Beschreibung eines Materials ist, Verformungen in Funktion von Zeit, Spannung und Temperatur zu definieren. Der Einfluss des Spannungszustandes auf das Verformungsverhalten der Gesteinsmasse ist experimentell ermittelt worden, und zwar durch Versuche an einachsigen, zweiachsigen und dreiachsigen Gesteinsproben unter Kurzzeitlasten und durch die Prüfung des Kriechverhaltens nach 3 bis 360 Tagen. Das vorgeschlagene rheologische Modell ermöglicht die genaue Beschreibung von zeitabhängigen Verformungen von Gestein unter Dauerlasten, kann aber auch für vollständig oder teilweise entladene Gesteinsmassen angewandt werden. Diese Eigenschaft ist von erheblicher Bedeutung, vor allem für die Darstellung des Spannungs- und Deformationszustandes von Gesteinen, die Tunnelöffnungen umgeben.

Schlüsselwörter:

Kriechen, weiches Gestein, rheologisches Modell, seitliche Spannung

1. Uvod

U cilju formuliranja reološkog modela vremenski ovisnih deformacija mekih stijena, koji se prezentira u ovom radu, provedena su laboratorijska ispitivanja puzanja na laporu. Za formuliranje reološkog modela neophodno je definirati velik broj parametara. Tako se zadatak usložnjava, s jedne strane zahtjevom da se matematičkim modelom obuhvati što više svojstava materijala, a s druge strane broj parametara i konstanti materijala koje ta svojstva kvantificiraju je ograničen realnom mogućnosti da se do parametara, odnosno materijalnih konstanti dođe mjerenjima "in situ" ili na uzorcima u laboratoriju.

Modeliranje stijenske mase zbog navedenog predstavlja izuzetno složen problem pa je pri formuliranju matematičkog modela neophodno učiniti određene aproksimacije. Razina aproksimacija, s jedne strane, u modelu treba osigurati neophodnu točnost rezultata razmatranoga naponskodeformacijskog fenomena stijenske mase, a s druge strane treba omogućiti jednostavno određivanje parametara koji se koriste u matematičkom modelu.

Eksperimentalno istraživanje na uzorcima lapora u uvjetima kratkotrajnog i dugotrajnog opterećenja i rasterećenja je provedeno zbog nedovoljne istraženosti ponašanja mekih stijena i parametara neophodnih za izradu adekvatnih reoloških modela. Također, jednako je važno i neophodno osigurati odgovarajuće parametre samog stijenskog matriksa, što je eksperimentalno istraživanje imalo za cilj, kroz ispitivanje lapora kao izabrane reprezentativne stijene iz grupe mekih stijena.

Na osnovi provedenih jednoosnih ispitivanja na uzorcima, definirane su materijalne konstante i drugi parametri koji opisuju ponašanje materijala, i formuliran je reološki model koji opisuje jednoosno stanje naprezanja pod konstantnim kratkotrajnim i dugotrajnim opterećenjem. U ovom radu se prezentiraju rezultati trogodišnjega laboratorijskog ispitivanja na uzorcima lapora pod kratkotrajnim i dugotrajnim opterećenjem u cilju definiranja reološkog modela meke stijene, kao osnove za numeričku naponsko-deformacijsku analizu.

1.1. Vađenje uzoraka i zaštita od gubljenja vlage

Nadsloj iznad naslaga ugljena u kopu "Potrlica" Rudnika ugljena u Pljevljima (sjeverna Crna Gora) čine većinom debeli slojevi lapora. Debljina nadsloja lapora varira od nekoliko desetaka metara do 100 i više metara. Stepenice otvorenog kopa rudnika (slika 1.a) predstavljale su vrlo pogodno mjesto za uzimanje uzorka lapora, kao odabranoga stijenskog materijala za eksperimentalno istraživanje.

Zadatak pri vađenju kamenog bloka, iz kojeg će se kasnije rezanjem dobiti laboratorijski uzorci, bio je da stijenski blok bude što ujednačenije strukture, odnosno bez pukotina. Najmanje rasipanje u strukturi materijala svakako se dobiva ako se svi laboratorijski uzorci izrežu iz jednoga kompaktnog stijenskog bloka. Odvajanje stijenskog bloka dovoljne veličine obavljeno je miniranjem, da bi se blokovi formirali po prirodnim površinama oslabljenja, što je smanjivalo rizik od skrivenih pukotina u blokovima. Po obliku, veličini i drugim postavljenim kriterijima potpuno je odgovarao stijenski blok prikazan na slici 1.b, koji je izvađen iz sloja označenog na slici 1.a. Blok je relativno pravilnog oblika, dimenzija 380x90x80 cm. Kroz blok je prošla i jedna od načinjenih bušotina za miniranje tako da je jasno upućivala na prirodni položaj bloka, odnosno definirala je vertikalni pravac u prirodnom položaju. Prikazani je blok izdvojen i dopremljen do tvornice za rezanje kamena. Na stroju s rotacijskom pilom promjera 280 cm blok je izrezan u ploče debljine 10 i 15 cm. Daljnja obrada ovako dobivenih ploča, u cilju dobivanja prizmatičnih i pločastih uzoraka, obavljena je rotacijskom pilom promjera 70 cm kako je prikazano na slici 2.a.

Pri ispitivanju puzanja, deformacije koje nastaju kao posljedica promjene vlage, predstavljaju nepoželjnu pojavu. Zbog navedenog je na uzorak, radi reduciranja promjene vlažnosti tijekom ispitivanja puzanja, nakon postavljanja mjernih pločica,



Slika 1. Otvoreni kop rudnika ugljena u Pljevljima (Crna Gora): a) Lokacija za vađenje bloka lapora; b) Izdvojeni blok sivog lapora



Slika 2. Izrada uzoraka: a) rezanje ploča 60x60x10 cm na stroju s rotacijskom pilom ϕ 70 cm; b) zaštita uzorka parafinom

nanošen tanak sloj parafina, slika 2.b. Promjena vlage ovom je mjerom znatno smanjena, a još značajnije smanjena je brzina promjene vlage, pa je skupljanje stijenskog materijala tijekom razdoblja ispitivanja od godinu dana, svedeno na minimum. Uzorci zaštićeni parafinom nisu pokazivali makroskopske pukotine, što se redovito događalo s nezaštićenim uzorcima.

1.2. Kemijski i mineralni sastav lapora

Kemijska ispitivanja obuhvatila su parcijalne kemijske analize uzoraka lapora na sadržaj CaO, MgO, CO₂ i netopivog ostatka. Sadržaj CaO i MgO u uzorcima određen je kompleksnommetričkom metodom (*eng. complex-metric method*), sadržaj CO₂ određen je kalcimetrijom, dok je sadržaj netopivog ostatka u laporu odnosno glinovite komponente određen kvantitativno rastapanjem karbonatne komponente u 0,01 M otopini octene kiseline na temperaturi od 50 °C. Netopiv ostatak odnosno glinovita komponenta s kvarcem podvrgnuta je daljnjim analizama. Na slici 3. dana je mikroskopska snimka uzorka lapora u imerzijskoj sredini - nitro benzol (uvećanje 450 puta) pri paralelnim nikolima, na kojoj se vide prisutne mineralne faze. U uzorku je zanimljiva prisutnost glaukonita, koji se može javiti u laporima, ali nije česta mineralna vrsta.



Slika 3. Mikroskopska snimka uzorka lapora u imerzijskoj sredini nitro benzola pri paralelnim nikolima (uvećanje 450 x).

Ispitivani lapor u pogledu kemijskog sastava sadrži CaCO₃ u granicama od 48,10 do 48,30 %, dok je netopivi ostatak (glina i kvarc) u granici od 51,03 do 51,87 %. U pogledu mineralnog sastava, kalcit (46-48 %) i kvarc (12-13 %) predstavljaju dominantne mineralne faze, dok glinovite faze sadrže ilit i smektit, montmorionit, kaolinit, glaukonit, transformirane feldspate i liskune. Prirodna se vlažnost uzoraka kretala od 8 do 11 %, a jednoosna čvrstoća (σ_c) je oko 8,8 MPa. Volumenska masa lapora pri prirodnoj vlažnosti je približno 18,8 kN/m³.

2. Postupci i uređaji za ispitivanje puzanja

Ispitivanje puzanja lapora izvedeno je u uvjetima ograničene promjene sobne temperature, imajući u vidu da su i promjene temperatura za uobičajene građevinske potrebe tunelogradnje također ograničene.

2.1. Jednoosna ispitivanja na laporu

Jednoosna ispitivanja puzanja lapora u istraživanju provedena su na po dvije grupe po tri uzorka oblika prizme dimenzije 15x15x40 cm. Za opterećenje i zadržavanje sile tijekom vremena korišten je uređaj sa stalnim opterećenjem i sistemom poluga, slika 4. Uređaj je opremljen prstenastim mjeračima sile (konstruiranim od strane autora ovog rada) koji su osiguravali da promjene sile na uzorak tijekom ispitivanja budu manje od 0,3%. Opterećenje svakog uzorka trajalo je oko jedan sat. Nakon opterećenja ili rasterećenja, deformacije puzanja mjerene su u vertikalnom (longitudinalni pravac 1-1) i horizontalnom smjeru uzorka (pravac 2-2), na četiri neopterećene strane uzorka, kako je prikazano na slici 5.a.

Ispitivanje je provedeno u tri faze: opterećenje, rasterećenje i ponovno opterećenje na veću razinu naprezanja, uz održavanje konstantnog naprezanja nakon promjena. Ukupno trajanje ispitivanja bilo je 360 dana (I. faza: 180 dana, II. faza: 30 dana i III. faza: 150 dana). Opterećenje uzoraka provedeno je u inkrementima od 25 %, od definirane razine naprezanja za ispitivanje puzanja, za svaku grupu uzoraka. Opterećenje svakoga pojedinačnog uzorka trajalo je oko jedan sat.









Slika 5. Uzorak za ispitivanje sa shemom mjernih mjesta te prikaz uzoraka tijekom ispitivanja



Slika 6. Prikaz faza puzanja pri jednoosnom ispitivanju uzoraka

Postupak ispitivanja na uzorcima vidljiv je na dijagramu koji prikazuje krivulje: deformacija-vrijeme i naprezanje-vrijeme (slika 6.).

2.2. Ispitivanje na pločastim uzorcima

Ispitivanje pločastih uzoraka izvedeno je primjenom uređaja prikazanog na slici 7.a. Vertikalno opterećenje uzoraka provedeno je preko sistema dvostruke poluge i ovješenog tereta, dok je opterećenje u horizontalnom smjeru provedeno preko dvije međusobno povezane preše. Vertikalna sila dobivena je pomoću preše postavljene između prstena za mjerenje sile i trapeznoga prelaznog elementa, dok je horizontalna sila dobivena preko preše horizontalno postavljene između sekundarnog okvira i trapeznog elementa.



Slika 7. Uređaj za dvoosno ispitivanje pločastih uzoraka: a) karakteristični prikaz uređaja; b) shema mjernih mjesta

Međusobno povezane preše funkcionirale su po zakonu spojenih posuda. Različit odnos vertikalne i horizontalne sile dobiven je primjenom preša s različitom površinom poprečnog presjeka klipa u prešama. Primjenom ovakvog uređaja uzorak je bilo moguće "čuvati" mjesecima pod istim odnosom vertikalnog i horizontalnog opterećenja.

Pločasti uzorci (60x60x10 cm) opterećivani su jednoosno i dvoosno u svojoj ravnini ploče, u inkrementima od 0,5 MPa, tijekom jednog sata, do vertikalnog naprezanja od 2,0 MPa, što je oko 25% od vršne čvrstoće ispitivanog lapora. Tri su uzorka opterećena jednoosno, a u sljedeće tri grupe uzoraka variran je odnos horizontalnog i vertikalnog opterećenja, $P_h/P_v = 0,3, 0,5$ i 1,0. Inicirano stanje naprezanja (uz održavanje konstantnog odnosa $P_h/P_v =$ const.) održavano je idućih 45 dana uz mjerenja deformacija (slika 7.b). Ova je faza ispitivanja projektirana tako da se ustanovi utjecaj bočnog naprezanja na puzanje u vertikalnom pravcu, te da se ustanovi varijacija mjerenih deformacija (trenutačnih i vremenskih) ovisno o obliku uzorka, tj. prizmatičan u odnosu na pločast.

2.3. Standardno troosno ispitivanje

Ukupno su 24 uzorka pripremljena i ispitivana u troosnom uređaju s mjerenjem deformacija. Svaki je uređaj opremljen s tri mjerne trake postavljene u sredini visine pod centralnim kutom 120°, kako je prikazano na poprečnom presjeku uzorka (slika 8.a).

Standardno troosno ispitivanje daje mogućnost analize utjecaja bočnog pritiska na deformacije. Bočni pritisak $\sigma_2 = \sigma_3$ (koji varira u fazama ispitivanja) obično ne prelazi vrijednost



Slika 8. a) Cilindrični uzorak za standardno troosno ispitivanje; b) uređaj za troosno ispitivanje puzanja (karakteristični prikaz)

50% vršne čvrstoće dobivene u jednoosnom ispitivanju sa slobodnom bočnom deformacijom. Generalno govoreći, ovaj tip ispitivanja može biti proveden kontroliranom silom ili kontroliranom brzinom deformacije. Ispitivanje puzanja izvedeno u kraćem vremenskom razdoblju (sedam dana), predstavlja specifičan tip troosnog ispitivanja kontroliranom silom gdje naprezanje nakon nanošenja ostaje konstantno tijekom ispitivanja.

Ispitivanje puzanja u standardnom troosnom uređaju izvedeno je na 10 uzoraka s konstantnom vrijednosti vertikalnog optrećenja 2,0 MPa u razdoblju od 3 dana i s vertikalnim opterećenjem 4,0 MPa u iduća tri dana. Tri su uzorka ispitana bez bočnog pritiska, četiri su imala bočni pritisak od 1,0 MPa, a tri su uzorka imala bočni pritisak od 2,0 MPa. Ovaj kraći test puzanja dao je neke kvalitativne indikatore ponašanja ispitivane stijene u uvjetima simetričnoga bočnoga opterećenja.

3. Ponašanje meke stijene pri kratkotrajnom i dugotrajnom opterećenju

Ispitivanja provedena u uvjetima kratkotrajnog opterećenja generalno karakterizira kratko vrijeme trajanja ispitivanja (nekoliko minuta do nekoliko sati, rjeđe duže) pri čemu su deformacije uzorka – materijala, koji se ispituje, dominantno posljedica promjene naprezanja. Imajući u vidu navedeno, opći oblik veze naprezanja i deformacija za stijenu može se napisati kao $\sigma = f(\varepsilon)$. Za primjenu numeričkih metoda pogodno je da funkcija $f(\varepsilon)$ bude glatka, neprekidna i diferencijabilna jer se tangentni modul neophodan za pojedine numeričke procedure, definira kao:

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \tag{1}$$

dok se sekantni modul, za proizvoljnu razinu naprezanja definira kao:

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{2}$$

3.1. Modeli naponsko-deformacijskog ponašanja stijena

Pri aproksimaciji stvarno nelinearne funkcije naprezanjedeformacija linearnom vezom, za jednostavnije "probleme" naprezanja u mehanici stijena i pri niskom nivou naprezanja, nivo greške nije tako značajan, pa je moguća i primjena klasičnih konstitutivnih relacija linearne teorije elastičnosti. Za stijenske mase, kod kojih je naposnko-deformacijska veza izrazito nelinearna i pri maloj razini naprezanja, neophodno je napustiti klasični koncept linearne elastičnosti baziran na Youngovom modulu elastičnosti. Poboljšanje matematičkog modela naponsko-deformacijskog ponašanja stvarnom ponašanju stijene tada se provodi kroz napuštanje pretpostavke o linearnoj elastičnosti i prelazak na nelinearno elastični model.

3.2. Moduli deformabilnosti ovisni o naprezanjima

Ovisnost početnih modula deformabilnosti o bočnom naprezanju dobiva na značaju kod prostornog stanja naprezanja čak i u domeni niske razine naprezanja, kada se može govoriti o naponski ovisnim modulima elastičnosti [1]. Zamjenjujući u naponsko-deformacijskoj ovisnosti za linearno elastičan materijal Youngov modul elastičnosti *E* s modulima elastičnosti *E* (σ_3) ovisnim o naprezanjima, dobiva se izraz: $\sigma = E(\sigma_3) \varepsilon$ pri čemu $E(\sigma_3)$ može biti početni modul elastičnosti, tangentni ili sekantni modul deformabilnosti definiran izrazima (1) i (2). U općem slučaju, kada se napusti pretpostavka o linearnoj elastičnosti, može se formulirati nelinearna veza naprezanja i deformacija u sljedećem obliku:

$$\varepsilon^{n} = k^{n} P_{(\sigma_{3})} \left(\frac{\sigma}{\hat{\sigma}} \right)^{m}$$
(3)

gdje su *n* i *m* parametri materijala, koji se određuju na osnovi eksperimentalnih rezultata, $\hat{\sigma}$ =1,0 MPa (normalizacija), *k* je koeficijent stanja naprezanja, a *P* (σ_3) funkcija ovisna o bočnom pritisku, koja je prikazana na slici 9., [2, 3].

Za određivanje parametara n i m nelinearne veze naprezanja i deformacija lapora bili su na raspolaganju rezultati troosnih ispitivanja pri različitim bočnim naprezanjeima, koji su prikazani slici 10. Regresijskom analizom uz primjenu metode najmanjih kvadrata, dobiveni su potrebni parametri za definiranje funkcije $P(\sigma_3)$, koja za ispitivani lapor glasi:

$$P(\sigma_3) = 0,00022 \left(\frac{\sigma_3}{\hat{\sigma}}\right)^{3.5} - 0,03453 \left(\frac{\sigma_3}{\hat{\sigma}}\right) + 0,14727$$
(4)



Slika 9. Graf funkcije $P(\sigma_3)$

Uvrštavajući (4) u izraz (3) dobiva se naponsko-deformacijska ovisnost za ispitivani lapor, za simetrično stanje naprezanja koeficijent *k*=1,0 (*n* = 2, *m* = 3), pri čemu su deformacije izražene u promilima kada je naprezanje izražen u MPa:

$$\varepsilon_{1} = \left[P_{(\sigma_{3})} \left(\frac{\sigma_{1}}{\hat{\sigma}} \right)^{3} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(5)

Na slici 10. prikazane su krivulje ovisnosti σ - ϵ sukladno empirijskom izrazu (5) i izmjerenim vrijednostima. Empirijska

krivulja dobro aproksimira izmjerene vrijednosti skoro do naprezanja pri slomu kada je $\sigma_3 \leq 4,0$ MPa. Kada je $\sigma_3 \leq 4,0$ MPa (oko 50 % od jednoosne čvrstoće) empirijska je formula ograničena linijom C-C. Razvijena empirijska formula (5) za opisivanje naponsko-deformacijskih veza je glatka, diferencijabilna i neprekinuta funkcija, pa se bez poteškoća može inkorporirati u numeričke postupke. Bočno naprezanje koje se nalazi iznad 4,0 MPa, za ispitivani lapor, praktično nema daljnji utjecaj na povećanje modula deformabilnosti.



Slika 10. Usporedni dijagram "naprezanje-deformacija" prema empirijskoj formuli i prema izmjerenim vrijednostima (p bočni pritisak u ćelijama)

4. Rezultati ispitivanja puzanja na laporu

4.1. Rezultati jednoosnih ispitivanja

Rezultati mjerenja deformacija puzanja na prizmatičnim uzorcima, pri naprezanju od 2,0 MPa i 4,0 MPa u uzdužnom smjeru, prikazani su na slici 11. Na dijagramu se jasno izdvaja zona intenzivnog puzanja materijala u uzdužnom smjeru u prvih dvadeset dana nakon opterećenja. U ovom periodu, prirast deformacija u vremenu je nelinearan. Nakon ovog perioda, deformacije puzanja su manje i prirast deformacija u vremenu približno je linearan.

Usporedni dijagram deformacije u uzdužnom smjeru opterećenih uzoraka pri naprezanju od 2,0 i 4,0 MPa, upućuje



Slika 11. Usporedni dijagram puzanja u uzdužnom i poprečnom smjeru pri različitim naprezanjima (dvije grupe od tri uzorka)

na to da je prirast deformacije tijekom vremena veći kod uzoraka opterećenih većim tlačnim naprezanjem. Na slici 12. prikazan je usporedni dijagram puzanja nakon rasterećenja u uzdužnom smjeru ove dvije grupe prizmatičnih uzoraka. Na ovom se dijagramu jasno uočava da pri rasterećenju uz trenutačnu elastičnu deformaciju postoji i značajna vremenski ovisna deformacija, tj. povratno puzanje (za detalje vidjeti [4]).



Slika 12. Usporedni dijagram puzanja nakon potpunog ili djelomičnog rasterećenja prizmatičnih uzoraka u uzdužnom smjeru

4.2. Rezultati ispitivanja puzanja jednoosno i dvoosno opterećenih pločastih uzoraka

Mjerena deformacija jednoosno opterećenih pločastih uzoraka, pri istom vertikalnom naprezanju, veća je od mjerene deformacije prizmatičnih uzoraka (slika 13. - crvena linija na slici označava izmjerene vrijednosti na dva pločasta uzorka; plava linija označava prosječne vrijednosti deformacije puzanja prizmatičnih uzoraka pri istoj razini naprezanja). Dijagram na slici 13. prikazuje da je prirast deformacije puzanja u horizontalnom pravcu značajno smanjen nakon 10-15 dana. Ovaj fenomen može biti objašnjen različitim ponašanjem materijala u horizontalnom i vertiklnom smjeru, zbog prisutnosti anizotropije materijala ($E_{\mu}/E_{\mu}=2$, pri čemu je s *E* označen modul elastičnosti) koji je posljedica formiranja mikrostrukture lapora tijekom sedimentacije. Puzanje vertikalno opterećenih uzoraka u horizontalnom smjeru evidentno se uglavnom javlja neposredno nakon opterećenja, što je u zoni primarnog puzanja – zakašnjela elastičnost. Kada se razvije potpuna elastična deformacija, uključujući zakašnjelu elastičnu komponentu, prirast deformacije puzanja značajno je smanjen.

Horizontalna deformacija, kod dvoosno opterećenih pločastih uzoraka, pokazuje kolebanje u prvih 5-7 dana od opterećivanja. U kasnijem razdoblju, puzanje u horizontalnom smjeru može se evidentirati samo kod uzoraka opterećenih jednakom vertikalnom i horizontalnom silom. Kod ostalih uzoraka odnosa $k = \sigma_h / \sigma_v = 0,5$ horizontalne deformacije tijekom vremena zadržavaju vrijednost inicijalne deformacije, a kod odnosa $k = \sigma_h / \sigma_v = 0,3$ horizontalne su deformacije gotovo jednake kao i horizontalne deformacije prizmatičnih uzoraka. Pri vrijednosti *k* od 1,0 i 0,5 horizontalna deformacija je deformacija skupljanja, a pri vrijednosti *k* od 0,3 horizontalna deformacija je deformacija širenja [5, 6]. Cjeloviti rezultati ispitivanja puzanja na dvoosono opterećenim pločastim uzorcima vidljivi su u [5].



Slika 13. Dijagram puzanja jednoosno opterećenih pločastih uzoraka pri naprezanju 2,0 MPa

4.3. Rezultati ispitivanja puzanja u standardnom troosnom uređaju

Na slici 14. prikazani su, usporedno, rezultati ispitivanja puzanja (deformacija - vrijeme) jednoosnih opterećenih cilindričnih uzoraka (d/h = 5.4 x 10.8 cm) i prosječnih vrijednosti puzanja na prizmatičnim uzorcima (15 x 15 x 40 cm) pri jednoosnom naprezanju od 2,0 i 4,0 MPa. Rezultati ispitivanja upućuju na to da nema značajne razlike u mjerenim vrijednostima vremenski ovisnih deformacija na prizmatičnim i cilindričnim uzorcima.



Slika 14. Usporedni rezultati jednoosnog ispitivanja puzanja na prizmatičnim i cilindričnim uzorcima

Na slici 15. prikazani su rezultati ispitivanja puzanja troosno opterećenih cilindričnih uzoraka pri različitim bočnim naprezanjima. Pune linije upućuju na uzdužnu (vertikalnu) deformaciju, a isprekidana linija na horizontalnu (radijalnu) deformaciju. Radijalna deformacija kod svih uzoraka, jedan dan nakon opterećenja, zadržava dostignutu razinu bez obzira na intenzitet radijalnog naprezanja u razmatranoj domeni, dok uzdužna deformacija upućuje na postojanje utjecaja bočnog naprezanja na tijek vremenskih deformacija.



Slika 15. Rezultati troosnog ispitivanja puzanja na cilindričnim uzorcima i jednoosnog ispitivanja na prizmatičnim uzorcima, pri uzdužnom naprezanju 2,0 MPa (PR prizmatični uzorci; Tv/Th - vertikalna/horizontalna deformacija na cilindričnim uzorcima, p - bočni pritisak u ćeliji)

5. Reološki model

5.1. Ponašanje stijene pri dugotrajnom konstantnom opterećenju

Dijagram tipičnoga deformacijskog ponašanja stijene pri dugotrajnom konstantnom opterećenju prikazan je na slici 16. Ako na stijenu djeluje opterećenje *S* koje uzrokuje neko stanje naprezanja σ manje od stanja naprezanja definiranog "kratkotrajnim" uvjetom plastičnosti, tada se kao prvi "odgovor" materijala na promjenu naprezanja inducira odgovarajuća trenutna deformacija \mathcal{E}^{e_i} , kako je prikazano na slici 16.



Slika 16. Elastična komponenta i vremenski ovisne komponente: primarno, sekundarno i tercijarno puzanje pri jednoosnom ispitivanju

Prolaskom vremena razvijaju se deformacije, bez promjene uspostavljenoga stanja naprezanja, koje predstavljaju vremenski ovisnu deformaciju tj. puzanje, [8, 9].

Vremenski ovisne deformacije - puzanje stijene, kao i većine drugih materijala, kada je stanje naprezanja ispod uvjeta popuštanja ($\sigma < \sigma_{\rho}$, slika 16.) karakteriziraju komponente primarnog i sekundarnog puzanja. Kada razina naprezanja dostigne granicu plastičnosti ($\sigma \ge \sigma_{\rho}$, slika 16.), deformacija puzanja uz primarnu i sekundarnu dobiva i tercijarnu komponentu, koja nakon dovoljno dugog vremena vodi lomu materijala. Karakteristično deformacijsko ponašanje stijene može se vidjeti u [7, 8, 9].

5.2. Puzanja stijene u području naprezanja ispod granice plastičnosti

Pri formiranju općih konstituijskih izraza u troosnom polju naprezanja koje uključuju vremenski ovisne deformacije, uvodi se određen broj početnih pretpostavki proizašlih iz analize rezultata eksperimenata. Tako za opće konstitutivne izraze, u polju trodimenzionalnih naprezanja Cristescu (1998) postavlja sljedeće pretpostavke modela, principijelno sadržane i u Wallnerovu modelu (1983): promatra se samo homogena i izotropna stijena, preuzima se pretpostavka o malim pomacima i rotacijama materijala, konstitucijski izrazi vrijede i u određenoj domeni koja je ograničena kratkotrajnom površinom loma, koja je inkorporirana u konstitucijske izraze tijekom primarnog i sekundarnog puzanja ne dolazi do volumenske promjene [10].

Uobičajene konstitutivne veze koje razmatraju i vremenski ovisne deformacije zasnivaju se uglavnom na pretpostavci linearno elastičnog ponašanja materijala za t = t_o (tijekom unosa opterećenja) i puzanju materijala za t > t_o. Ukupna deformacija je zbroj elastične deformacije $\mathcal{E}^{e'}$ (za t = t_o) i deformacije puzanja \mathcal{E}^t (za t > t_o):

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^t \tag{6}$$

Kada je razina naprezanja ispod granice plastičnosti ($\sigma < \sigma_{\rho}$ slika 16.), dilatacija puzanja je ograničena na primarno i sekundarno puzanje, pa je ukupna deformacija zbroj elastične deformacije te deformacije primarnog i sekundarnog puzanja:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{p} + \varepsilon^{s} \tag{7}$$

Izrazi koji opisuju vremenski ovisne efekte koji su predmet daljnje analize ne uključuju efekte volumenske promjene ili raspuknute stijenske mase. Dakle, predmet analize su stijena i stijenske mase, odnosno fenomeni u mehanici stijena, za koji se može preuzeti pretpostavka o kontinuitetu. Kod razmatranja problema puzanja stijenske mase koja uključuje diskontinuitete, ovdje uspostavljene konstitutivne veze mogu biti korištene pri analizi deformacija stijenskog monolita, dok se za ponašanje diskontinuiteta moraju formulirati posebne veze pomaka, naprezanja i deformacija.

5.3. Wallnerov model

Zbog jednostavnosti u pogledu svojstava stijene koje je moguće obuhvatiti i formulacije pri troosnom stanju naprezanja, ovdje se prikazuje konstitutivni Wallnerov zakon (1983), razvijen na bazi ispitivanja na kamenoj soli, kao pogodna osnova za opisivanje naponsko-deformacijskog ponašanja različitih vrsta stijenskog materijala i drugih geomaterijala [10, 11, 12, 13]. U daljnjoj analizi obavljena je provjera pogodnosti i praktičnosti ovog modela za opisivanje vremenski ovisnih deformacija lapora, nakon opterećenja i rasterećenja, kao izabrane reprezentativne stijene iz grupe mekih stijena.

Mehanički model konstitutivnog Wallnerova zakona za jednodimenzionalno stanje naprezanja i deformacija, detaljnije je obrađen u točki 5.5 ovog rada. Mehanički se model sastoji od pet različitih reoloških tijela i svako od njih opisuje odgovarajuću deformacijsku komponentu. Sve su komponente deformacija ireverzibilne osim elastične komponente. Volumenska se deformacija javlja u elastičnoj domeni, tijekom tercijarnog puzanja i tijekom loma zatezanjem. Navedena zakonitost vrijedi kada nema volumske promjene tijekom primarnog i sekundarnog puzanja.

5.3.1. Elastična komponenta deformacija

Veza naprezanja i deformacija u domeni elastičnosti u općem se obliku formulira diferencijalnom jednadžbom:

$$\left\{\frac{\partial \varepsilon^{e'}}{\partial t}\right\} = \left[C\right] \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial t}\right\}$$
(8)

gdje su:

 ${m {arepsilon}}$ - vektor komponente deformacija

 σ - vektor komponente naprezanja

[C] - matrica koeficijenata fleksibilnosti

Kad je naponsko-deformacijska veza neovisna o vremenu, jednadžba (8) svodi se na jednadžbu:

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1}\{\sigma\} = [C]\{\sigma\}$$
(9)

Za slučaj proizvoljnog prostornog stanja naprezanja i deformacija vrijede jednadžbe Hookovog zakona.

5.3.2. Primarno puzanje

Opći oblik veze naprezanja i deformacija primarnog puzanja u trodimenzionalnom slučaju, prema Wallnerovu modelu, opisuje se diferencijalnom jednadžbom (10): $\left\{ \frac{\partial \varepsilon^{\rho}}{\partial t} \right\} = \frac{1}{\eta_{\rho}} \langle G \rangle \left\{ \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \left\{ \sigma \right\}} \right\}$

gdje su:

$$\begin{split} \langle G \rangle &= E_p \left[\left(\frac{\sigma_{eff}}{E_p} \right)^m - \varepsilon_{eff}^p \right], \\ \langle G \rangle &= \left\{ \frac{0}{G} \frac{za}{za} \frac{G < 0}{G \ge 0} \right. \\ \\ \sigma_{eff} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \left(S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 + 2\sigma_{xy}^2 + 2\sigma_{yx}^2 + 2\sigma_{zx}^2 \right) \\ \\ \varepsilon_{eff}^p &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_{xy}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_{yx}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_{zx}^2 \right) \end{split}$$

E_P - modul deformacijskog ojačanja

 $\eta_{\scriptscriptstyle P}\,$ - viskoznost (za primarno puzanje)

m - eksponent naprezanja (za primarno puzanje)

Primarno puzanje opisuju tri karakteristična materijalna parametra $E_{p'}$ η_p i *m*. Komponente devijatorskog dijela tenzora naprezanja $S_{x'} S_{y'} S_{z'} \sigma_{xy'} \sigma_{yz'} \sigma_{zx}$ i devijatorskog dijela tenzora deformacija $\mathcal{E}_{x'} \mathcal{E}_{y} \mathcal{E}_{z}, \mathcal{E}_{xy'} \mathcal{E}_{yz'} \mathcal{E}_{zx}$. Za plastični potencijal σ_{eff} usvojena je jedna invarijanta devijatorskog dijela tenzora naprezanja ($\sigma_{eff} = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{otr}$, gje je τ_{okt} - oktaedarsko posmično naprezanje) i opisuje odstupanje od hidrostatičkog stanja naprezanja ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), dok je $\mathcal{E}_{eff}^{\circ}$ odgovarajuća invarijanta devijatorskog dijela tenzora deformacija. Plastični potencijal σ_{eff} i $\mathcal{E}_{eff}^{\circ}$ definirani su komponentama devijatorskog dijela tenzora naprezanja, odnosno komponentama devijatorskog dijela tenzora deformacija.

5.3.3. Sekundarno puzanje

Opći oblik veze naprezanja i deformacija sekundarnog puzanja opisuje diferencijalna jednadžba:

$$\left\{\frac{\partial \varepsilon^{s}}{\partial t}\right\} = \frac{1}{\eta_{s}} H\left\{\frac{\partial \sigma_{eff}}{\partial \{\sigma\}}\right\}$$
(11)

gdje su:

 $H = P_o \left(\frac{\sigma_{eff}}{P_o}\right)^n$ $\eta_s = \frac{P_o}{a}; \ P_o = 1.0 \ MPa$

pri čemu su:

a - parametar puzanja

n - eksponent naprezanja (za sekundarno puzanje)

Sekundarno puzanje opisuju dvije parametarske konstante materijala *a* i *n*.

Komponente reološkog modela koje se javljaju nakon dostizanja uvjeta popuštanja nisu predmet ovog istraživanja, i nisu detaljno izložene, no mogu se vidjeti u radovima [3, 9, 10].

5.4. Definiranje parametara primarne i sekundarne komponente puzanja

(10)

Provedena ispitivanja puzanja na laporu upućuju na to da vremenski ovisne deformacije predstavljaju značajnu komponentu ukupnih deformacija i pri naprezanjima ispod granice popuštanja. Tako, pri jednoosnom ispitivanju puzanja i pri sasvim malim naprezanjima, oko 25 % od vršne čvrstoće materijala, nakon 6 mjeseci vremenski ovisne deformacije dostižu razinu deformacija induciranih inicijalnom promjenom naprezanja. Zbog toga je neophodno u konstitutivnom modelu koji opisuje naponsko-deformacijsko ponašanje ove vrste stijena što dosljednije modelirati vremenski ovisnu deformacijsku komponentu.

Primarno i sekundarno puzanje opisuje net karakterističnih parametara materijala pa je za njihovo definiranje potrebno provesti mjerenje deformacija na uzorcima s konstantnim opterećenjem tijekom dužeg razdoblja. Za razliku od parametara kojima se opisuje elastično ponašanje materijala koje je moguće definirati iz mjerenja sila i deformacija, parametri koji opisuju puzanje materijala ne mogu se na isti način izmjeriti, već se dobivaju regresijskom analizom iz krivulje puzanja (deformacija – vrijeme). Ispitivanje puzanja potrebno je izvesti pri različitim stanjima naprezanja, da bi se definirao utjecaj stanja naprezanja na deformacije puzanja.

U cilju definiranja karakterističnih parametara puzanja, zbog različitih stanja naprezanja koje karakterizira određeni tip ispitivanja, neophodno je diferencijalne jednadžbe (10) i (11), koje opisuju primarno i sekundarno puzanje za proizvoljno trodimenzionalno stanje naprezanja, svesti na specijalne slučajeve koji odgovaraju stanju naprezanja pri kojem su provedena ispitivanja puzanja.

Imajući u vidu da su provedena laboratorijska ispitivanja puzanja izvedena pri jednoosnom stanju naprezanja, od interesa je za analizu koja slijedi da se iz općih jednadžbi prema Wallnerovu modelu, dođe do jednadžbe puzanja za ovaj specijalan slučaj naprezanja. Nakon uvrštavanja jednoosnog stanja naprezanja i odgovarajućih sređivanja izraza (10) i (11), dobiva se jednadžba koja opisuje puzanje pri jednoosnom stanju naprezanja:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma_1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_1}{E_p}\right)^m \left(1 - e^{-\frac{2E_p}{3\eta_p}t}\right) + a(\sigma_1)^n t$$
(12)

gdje prvi član opisuje elastično, drugi član primarno, a treći član sekundarno puzanje. Jednadžba (12) može se upotrijebiti za definiranje parametara E_{ρ} , m, η_{ρ} , a i n iz dijagrama puzanja koji je dobiven iz mjerenja deformacija tijekom vremena, pri jednoosnom ispitivanju puzanja. Za definiranje nepoznatih parametara ispitivanog lapora korišteni su rezultati jednoosnih laboratorijskih ispitivanja na prizmatičnim uzorcima – testovi puzanja nakon opterećenja i nakon potpunog ili djelomičnog rasterećenja (slika 17.).



Slika 17. Usporedba rezultata mjerenja i proračuna puzanja lapora za različite razine jednoosnih naprezanja

Za dobivanje parametara koji daju najmanje odstupanje teoretske funkcije puzanja od izmjerenih vrijednosti, korištena je regresijska analiza uz primjenu metode najmanjih kvadrata, tj. provedeno je iznalaženje optimalnih parametara prema postojećim izmjerenim podacima.

5.4.1. Puzanje nakon opterećenja

Za iznalaženje optimalnih parametara teoretske funkcije (12) korišteni su rezultati ispitivanja puzanja na jednoosno opterećenim uzorcima pri naprezanju 2,0, 4,0 i 6,0 MPa tijekom 180 dana ("točkasto" prikazane vrijednosti na slici 17). Po tri su uzorka ispitana za svaku razinu opterećenja. Pri iznalaženju optimalne empirijske funkcije, tj. definiranja parametara primarnog i sekundarnog puzanja, neophodno je definirati inicijalne deformacije inducirane promjenom naprezanja. Za iznalaženje komponente deformacija induciranih promjenom naprezanja usvojen je linearno elastičan model. Pri tome su korištene vrijednosti sekantnih modula deformabilnosti prema jednadžbi (2), dobivene pri jednoosnom ispitivanju za određene razine naprezanja. U tablici 1. prikazane su karakteristične vrijednosti ovih modula za lapor koje su korištene pri iznalaženju optimalnih parametara funkcije (12).

Tablica 1. Vrijednosti sekantnih modula deformabilnosti lapora pri definiranju parametara primarnog i sekundarnog puzanja

Karakteristični napon [MPa]	2,0	4,0	6,0
Sekantni moduli deformabilnosti [GPa]	1,45	1,38	1,06

Tablica 2. Vrijednosti parametara lapora primarnog i sekundarnog puzanja nakon opterećenja

Primarno puzanje		Sekundarno puzanje		
E _p [MPa]	η _ρ [MPa·d]	т	а [1/d]	n
225	425	0,06	2,71*10-4	2,5

Na slici 17. prikazana je usporedba izmjerenih deformacija (točkasti prikaz) i deformacije prema jednadžbi (12) za definiranje tlačnog naprezanja (prikaz punom linijom) tijekom ispitivanja puzanja.

Vrijednosti optimalnih parametara definirane regresijskom analizom, gdje su deformacije izražene kao 1/1000, prikazane su u tablici 2. Određene vrijednosti pet zahtijevanih parametara definiraju primarno i sekundarno puzanje.

5.4.2. Puzanje nakon smanjenja opterećenja

S dijagrama puzanja lapora (slika 12.) vidi se da nakon potpunog rasterećenja deformacija puzanja teži nekoj horizontalnoj asimptoti. Nakon tridesetak dana povratna deformacija puzanja se iscrpljuje i po intenzitetu dostiže vrijednost povratne elastične deformacije. Nakon djelomičnog smanjenja opterećenja, s 4,0 na 2,0 MPa, u prvih sedam dana događa se povratna deformacija puzanja (rastezanje), a zatim materijal pod opterećenjem od 2,0 MPa počinje puzati u suprotnom smjeru (skupljanje pod preostalim tlačnim opterćenjem).

Wallnerov model pokazuje da dobro aproksimira puzanje lapora nakon povećanja opterećenja, ako se regresijskom analizom odrede optimalni parametri na osnovi mjerenih vrijednosti ukupnih deformacija, kako je prikazano u poglavlju 5.3. Međutim, ponašanje materijala nakon smanjenje naprezanja nije moguće dosljedno opisati primjenom konstitutivnog Wallnerova modela. Naime, prema Wallnerovu modelu, sve su komponente deformacija, osim elastične, ireverzibilne, pa se nakon smanjenja naprezanja ne može pojaviti vremenski ovisna povratna deformacija, što je u suprotnosti s eksperimentalnom evidencijom prikazanom na slici 12., koja upućuje na značajnu povratnu deformaciju puzanja lapora.

Pretpostavka o ireverzibilnosti vremenskih deformacija Wallnerova modela razvijenog na bazi ispitivanja na kamenoj soli ne može se primijeniti na lapor. S jedne strane postoje znatne vremenske deformacije nakon rasterećenja pa pretpostavka da su one jednake nuli nije korektna, a s druge strane pokušaj da se vremenske deformacije nakon smanjenja naprezanja opišu ovim modelom (ista funkcija primarnog puzanja samo različit predznak) nije dalo prihvatljive rezultate. Zbog navedenog, za zadovoljavajuće matematičko opisivanje deformacijskog ponašanja lapora nakon smanjenja naprezanja bilo je neophodno obaviti korekcije konstitutivnog modela.

Analizom rezultata puzanja lapora, pri jednoosnom ispitivanju, nakon smanjenja naprezanja došlo se do zaključka da primarno puzanje (ili bolje rečeno zakašnjela elastičnost) ne ovisi o trenutnoj razini naprezanja, kako je formulirano u konstitutivnom Wallnerovu modelu, već o promjeni naprezanja kojom je puzanje inducirano (opterećivanjem ili rasterećivanjem). Naime, ako se primarno puzanje (označeno s & si stijene shvati kao zakašnjela elastičnost, onda je "smjer" te komponente vremenske deformacije prema "smjeru" elastične deformacije. Ako opterećenje koje uzrokuje pritisak raste, deformacija zakašnjele elastičnosti je deformacija skupljanja (slika 18.a). A ako se radi o potpunom ili djelomičnom rasterećenju (smanjenje naprezanja) deformacija zakašnjele elastičnosti ima smjer reverzibilne elastične deformacije (širenje), kako je shematski prikazano na dijagramu (slika 18.b).

Za slučaj kada je promjena naprezanja prirast od nule do nekog tlačnog naprezanja, Wallnerov model ostaje potpuno nepromijenjen jer je razlika naprezanja jednaka apliciranom naprezanju, pa osim formalnog zapisa (zamjena naprezanja s promjenom naprezanja) u tom dijelu konstitutivnog modela nema korekcija. Jednadžba (12) nakon korekcije glasi:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma_1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta\sigma_1}{E_p}\right)^m \left(1 - e^{-\frac{2E_p}{3\eta_p}t}\right) + a(\sigma_1)^n t$$
(13)

Kod smanjenja naprezanja napuštena je pretpostavka, koja je korištena u dosadašnjim modelima, da je jedino reverzibilna elastična deformacija, pa egzistira i reverzibilno primarno puzanje. Primarno puzanje u novopredloženom modelu ovisi o promjeni naprezanja (a ne o trenutnom stanju naprezanja kako je predstavljeno u Wallnerovu modelu), a nakon smanjenja naprezanja ima suprotan predznak u odnosu na primarno puzanje nakon povećanja naprezanja, kao što je prikazano na slici 18.b. Sekundarno puzanje ovisi o trenutnom tlačnom, naprezanju i uvijek za navedeno naprezanje ima pozitivan predznak (skupljanje), kao što je prikazano na dijagramima (slika 18.b).



Slika 18. Komponente deformacije puzanja nakon: a) povećanja naprezanja; b) smanjenja naprezanja

Za ovako definiran konstitutivni model regresijskom su analizom definirani optimalni parametri za jednadžbu (13), a na osnovi mjerenja vremenske deformacije nakon smanjenja naprezanja. Naime, tijekom pretpovijesti, tijekom puzanja na većoj razini naprezanja dolazi do određenog očvršćavanja – prekonsolidacije prirodnog stijenskog materijala. To ima za posljedicu da se nakon smanjenja naprezanja moraju koristiti izmijenjene vrijednosti parametara koji opisuju primarnu i sekundarnu komponentu puzanja (\hat{E}_p , $\hat{\mu}_p$, \hat{m} i \hat{a} , \hat{n}). Ograničena eksperimentalna evidencija sugerira da utjecaj na promjenu parametara imaju razina naprezanja i dužina trajanja opterećenja u pretpovijesti.

Na slici 19. prikazane su krivulje puzanja lapora prema novopredloženom konstitutivnom modelu nakon smanjenja naprezanja (pune linije). Na istom dijagramu (točkase oznake) su označene vrijednosti mjerenih vremenskih deformacija nakon smanjenja naprezanja.



Slika 19. Teoretska funkcija puzanja nakon smanjenja naprezanja (s 4,0 na 2,0 MPa i s 2,0 na 0,0 MPa)

U tablici 3. prikazane su vrijednosti traženih parametara dobivenih regresijskom analizom za lapor, koji definiraju primarno i sekundarno puzanje nakon smanjenja naprezanja. Ovi parametri, strogo uzevši, vrijede jedino nakon iste pretpovijesti u pogledu stanja naprezanja i trajanja puzanja. Pri smanjenju naprezanja koristi se povratni (reverzibilni) modul elastičnosti E_r koji se razlikuje od početnog modula elastičnosti tj. modula koji se koristi pri opterećivanju. Prosječna je vrijednost reverzibilnog modula elastičnosti veća od vrijednosti početnog modula elastičnosti, pa su reverzibilne deformacije manje u odnosu na inicijalne pri istoj promjeni naprezanja [3].

Tablica 3. Vrijednosti parametara primarnog i sekundarnog puzanja lapora

Primarna komponenta puzanja		Sekundarna komponenta puzanja		
Ε _ρ [MPa]	η _ρ [MPa·d]	т	<i>a</i> [1/d]	n
225	150	0,008	1,48*10-4	2,5

5.5. Matematička formulacija deformacija stijene osnova za numeričke modele

Za vremenski ovisne deformacije uzrokovane stanjem naprezanja koje se održava ispod površine popuštanja, neophodno je definirati dvije komponente: deformaciju zakašnjele elastičnosti (primarno puzanje) i deformaciju sekundarnog puzanja. Rezultati ispitivanja puzanja na uzorcima lapora izvedeni u prezentiranom istraživanju upućuju na to da prva komponenta vremenske deformacije - zakašnjela elastičnost ovisi o promjeni naprezanja koja je prethodila, dok druga komponenta ovisi o trenutnom stanju naprezanja.

Slika 20. prikazuje dijagram jednoosnog puzanja prema modelu M. Wallnera i alternativno, prema modelu autora ovog rada. Kao što se vidi s dijagrama (slika 20.) Wallnerov model zanemaruje povratne vremenske deformacije nakon rasterećenja. Mehanički model ponašanja stijene prema autoru ovog rada prikazan je na slici 21. (radi lakše usporedbe, Wallnerov model također je prezentiran). Model se sastoji od pet različitih reoloških tijela i svako od njih predstavlja odgovarajuću komponentu deformacija [3].



Slika 20. Vremenski ovisne deformacije nakon opterećenja i rasterećenja prema modelu M. Wallnera i model autora ovog rada

Za plastični potencijal σ_{eff} usvojena je jedna invarijanta devijatorskog dijela tenzora naprezanja koja opisuje odstupanje od hidrostatičkog stanja naprezanja ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Promjena plastičnog potencijala pri promjeni naprezanja od σ_i do σ_j označena je s $\Delta \sigma_{eff}$ odnosno $\Delta \sigma = \sigma_j = \sigma_i$. Odgovarajuća invarijanta devijatorskog dijela tenzora deformacija je \mathcal{E}^{p}_{eff} (prema jednadžbama predstavljenim u poglavlju 5.3). Ukupna deformacija pri naprezanjima koji su ispod uvjeta plastičnosti dobiva se kao zbroj komponentnih deformacija:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_s \tag{14}$$

gdje su:

 \mathcal{E}_{p} - deformacija primarnog puzanja (zakašnjela elastičnost)

 $\hat{\mathcal{E}}_{s}$ - deformacija sekundarnog puzanja



Slika 21. Mehanički model konstitutivnih jednadžbi naponskodeformacijskog ponašanja stijene prema M. Wallneru i autoru ovog rada

Za praktičnu primjenu prezentiranog konstitutivnog modela neophodna je matematička formulacija reološkog modela ponašanja stijenske mase. Matematička formulacija reološkog modela, kada je stanje naprezanja ispod granice plastičnosti, prezentirana je u tablici 4. za trodimenzionalni slučaj. Kako su deformacije vremenski ovisne, jednadžbe su dane kao izvodi po vremenu [3].

Matematička formulacija reološkog modela omogućava uvođenje kompleksnih reoloških modela u numeričke programe (softvere) za rješavanje naponsko-deformacijskih fenomena u mehanici stijena. Najzanimljivija primjena razvijenog reološkog modela leži u analizi naponsko-deformacijskog stanja oko tunelskog otvora. Nakon iskopa, oko tunelskog otvora, razvija se sekundarno stanje naprezanja koje karakterizira smanjenje naprezanja u radijalnom pravcu ili naprezanja okomitog na rub otvora, i povećanje naprezanja u tangentnom pravcu na rubu otvora. Najveća se promjena naprezanja događa na rubu iskopa gdje radijalno naprezanje pada na nulu, a tangentni obično ima maksimum. Ova promjena naprezanja, čak i u homogenom i izotropnom materijalu uzrokuje promjenu modula deformabilnosti stijene koji je funkcija trenutnog bočnog pritiska. Reološki model prezentiran ovdje uključuje utjecaj bočnog pritiska na aksijalnu deformaciju, tj. modul deformabilnosti. Dodatna je uključena osobina deformacija puzanja stijenske mase nakon smanjenja naprezanja, koja u potpunosti ovisi o promjeni polja naprezanja koje se javlja u stijenskoj masi nakon iskopa otvora. Inkorporiranje naponsko ovisnih modela deformabilnosti i vremenski ovisnih deformacija u numeričke procedure pri analizi naprezanja oko otvora u stijenskoj masi, može osigurati rješenja koja su značajno bliža realnom stanju oko tunelskog otvora. Važno je naglasiti da dobivanje parametara materijala može biti izvedeno na osnovi relativno jednostavnih laboratorijskih eksperimenata, pa numeričke procedure za određivanje naprezanja i deformacija postaju sasvim primjenjive.

Mehanički model	Funkcija komponenti deformacije	
Elastičnost [ɛ º [/]]	$\frac{\partial \varepsilon^{\Theta}}{\partial t} = [D] \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right\} $	(1)
$\overbrace{\Delta \hat{\sigma}}^{\sigma} \overbrace{\hat{E}}^{L} \overbrace{\Delta \hat{\sigma}}^{\sigma}$	[<i>D</i>] – matrica koeficijenata elasticnosti	
Primarno puzanje (zakašnjela elastičnost) [ɛ º]	$\frac{\partial \varepsilon^{p}}{\partial t} = \frac{1}{\eta_{p}} G\left\{\frac{\partial (\Delta \sigma_{\text{eff}})}{\partial \{\sigma\}}\right\}$	
n I I I I I I I I I I I I I I I I I I I	$G = E_{\rho} \left[\left(\frac{\Delta \sigma_{\text{eff}}}{E_{\rho}} \right)^{m} - \Delta \varepsilon_{\text{eff}}^{p} \right] $	(2)
$\vec{\sigma}$ $\hat{\eta}$ $\vec{\sigma}$ $\Delta \hat{\sigma}$	$\Delta \sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\Delta S_x^2 + \Delta S_y^2 + \Delta S_z^2 + 2\Delta \tau_{xy}^2 + 2\Delta \tau_{yx}^2 + 2\Delta \tau_{zx}^2 \right)}$ $\Delta \varepsilon^p \alpha = \frac{\left[\frac{2}{2} \left(\Delta \varepsilon^2 + \Delta \varepsilon^2 + \Delta \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \Delta y^2 + \frac{1}{2} \Delta y^2 + \frac{1}{2} \Delta y^2 \right) \right]}{\Delta \varepsilon^p}$	
	gdje su: $E_p = modul deformacijskog ojačanja$ $\eta_p = viskoznost (za primarno puzanje)$ m = eksponent naprezanja (za primarno puzanje)	
Sekundarno puzanje [ɛ°] Ŋ	$\frac{\partial \varepsilon^{s}}{\partial t} = \frac{1}{\eta_{s}} H \left\{ \frac{\partial \sigma_{eff}}{\partial \{\sigma\}} \right\}$	(3)
$\hat{\sigma}$ $\hat{\eta}$ $\hat{\sigma}$	$\begin{aligned} \Pi &= \Gamma_o \left(\frac{1}{P_o} \right); \eta_s = \frac{1}{a}; \Gamma_o = 1.0 \text{ MPa} \\ \text{gdje su: } \sigma_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{3}{2} \left(S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{yx}^2 + 2\tau_{zx}^2 \right)} \end{aligned}$	
A – u mohaničkom modolu označava naramotar nakon sma	a - parametar puzanja n - eksponent naprezanja (za sekundarno puzanje)	

Tablica 4. Pregled konstitutivnih jednadžbi u području naprezanja ispod uvjeta plastičnosti

6. Zaključak

Ispitivanja puzanja provedena na jednoosno opterećenim prizmatičnim uzorcima upućuju na to da lapor pri konstantnom jednoosnom tlačnom naprezanju pokazuje značajne vremenski ovisne deformacije, tj. puzanje. Prema tome deformacije razvijene tijekom 6 mjeseci gotovo dostižu razinu kratkotrajnih deformacija induciranih inicijalnom promjenom naprezanja. Tijekom prvih 20 dana nakon opterećenja, povećanje deformacija je nelinearno u vremenu. Ovo je zona intenzivnog puzanja materijala u aksijalnom pravcu, tj. primarno puzanje. Nakon ovog razdoblja, deformacija puzanja je manja i gotovo je linearna, tj. sekundarno puzanje. Dodatno, gradijent deformacije povećava se u vremenu i veći je kod uzoraka opterećenih većim naprezanjem.

Dijagrami naprezanje-deformacija ovisnosti lapora, dobiveni standardnim troosnim ispitivanjem pri različitim razinama bočnog pritiska, upućuju na to da je pogreška manja pri aproksimaciji nelinearne naponsko-deformacijske veze s linearnom vezom, nego što je pogreška uzrokovana zanemarivanjem utjecaja troosnog stanja naprezanja na deformacije. Uvođenjem modela elastičnosti ovisnih o naprezanjima u računalne programe bazirane na klasičnoj teoriji elastičnosti, pri analizi naprezanja oko otvora u stijenskoj masi, rješenja postaju značajno bliža realnom stanju naprezanja i deformacija na terenu u odnosu na rješenja dobivena na osnovi klasične teorije elastičnosti koja obično precjenjuje razina tangentnih naprezanja u blizini rubova otvora.

Provedeno istraživanje upućuje na to da postojeći reološki modeli stijene, u izvornom obliku, ne mogu korektno opisati povratne vremenske deformacije nakon rasterećenja, jer oni polaze od pretpostavke da komponenta primarnog puzanja ovisi o trenutnome stanju naprezanja, pa pri potpunom rasterećenju ova komponenta postaje nula. Analizom rezultata ispitivanja puzanja lapora nakon rasterećenja uočeno je da primarno puzanje (zakašnjela elastičnost) zapravo ovisi o relakcijskoj promjeni naprezanja koja je prethodila povratnom puzanju, a ne o stanju naprezanja u kojem se materijal nalazi nakon relaksacije, kako sugeriraju postojeći reološki modeli.

Navedeni su eksperimentalni fenomeni obuhvaćeni u korigiranom reološkom modelu, prema prijedlogu autora ovog rada, tako da deformacija inducirana promjenom naprezanja (elastična komponenta) i komponenta primarnog puzanja ovise o promjeni naprezanja koja je prethodila puzanju materijala, a ostale komponente ovise o trenutnom stanju naprezanja. Predloženi je reološki model moguće primijeniti za korektno opisivanje vremenskih deformacija i nakon opterećenja i nakon potpunog ili djelomičnog rasterećenja, što je od posebnog značaja za naponsko-deformacijsko stanje u stijenskoj masi oko tunelskog iskopa. Pri tome je neophodno definirati parametre za opisivanje puzanja nakon opterećenja, ali i parametre za opisivanje puzanja nakon rasterećenja, jer dolazi do određene prekonsolidacije materijala tijekom puzanja nakon opterećenja.

LITERATURA

- Ewy R.T., Cook N.G.W.: "Deformation and Fracture Around Cylindrical Openings in Rock - I", Int. J. rock Mech. Min. Sci., Vol. 27. No 5. pp. 387-407, 1990.
- [2] Tomanovic, Z.: Stress dependent modulus of deformability of marl under short term loading (In Serbian). *Geotehnički aspekti* građevinarstva, Savez građevinskih inženjera i tehničara Srbije i Crne Gore, Kopaonik, pp. 101-106, 2005.
- [3] Tomanovic Z.: "Stress-strain behavior of marl under short term loading" (in serbian) *Gradevinska nauka i praksa*, Univerzitet Crne Gore, Gradevinsi fakultet, Žabljak, p.p. 815-820, 2006.
- [4] Tomanovic, Z.: Rheological model of soft rock based on test on marl. Int. J. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, Springer, pp. 135-154, 2006.
- [5] Tomanovic, Z.: Influence of Ko on creep properties of marl. Int. J. Acta Geotechnica Slovenica, pp. 14-29, 2009.
- [6] Taqo Xu, Chun-An Tang, Jian Zhao: Modeling of Rheological Deformation of Inhomogeneous Rock And Associated Time-Dependent Responce of Tunnels., Int. Jour. Of Geomechanics, march/april, 14-159, 2012.
- [7] Bergues, J., Nguyen D. and Hoetit, N.: Time dependent behaviour of hard marls. *The Geotechnics of hard Soils-Soft Rock*, Evangelista & Picarelli, Balkema, Rotterdam, 1998.

- [8] Pande G.N., Beer G. & Williams J.R.: Numerical method in rock mechanics. Jon Wiley & Sons Ltd., 1990.
- [9] Jaeger J.C. & Cook N.G.W., and Zimmerman: *Fundamentals of rock Mechanics*, Blackwell Publishing, 2007.
- [10] Cristescu, N.D. and Hunsche, U.: *Time effects in Rock Mechanics*. John Willey & Sons., 1998.
- [11] Wallner, M.: Stability calculation concerning a room and pillar desing in rock salt. *International Congress for Geotechnics*, Melbourne, 1983.
- [12] Doring, T., Kiehl, J.R.: Das primare, sekundare und tertiare Kriechen von Steinsalz - Ein dredimensionales rheonomes Stoffesetz. *Geotechnick vol. 3*, 194-199, 1993.
- [13] Keihl, J.R., Reim, J.: A three-dimensional constitutive law for rock salt including transient, steady state and accelerated creep, failuer as well as post failuer behaviour. Proc. 9th ISRM Congres, Vol. 2, Paris, 917-920, 1999.
- [14] Bergues J. & Nguyen D., Hoetit N.: Time dependent behaviour of hard marls, The Geotechnics of hard Soils-Soft Rock, Evangelista & Picarelli, Balkema, Rotterdam, 1998.
- [15] Goodman R.: Introduction to Rock Mechanics, John Willey &Sons., 1989.