

# Trodimenzijski proračun prearmiranih betonskih greda

Joško Ožbolt, Darko Meštrović, Ivica Kožar

## Ključne riječi

prearmirana betonska greda, numerička studija, nelinearni proračun, metoda konačnih elemenata, program MASA, eksperimentalna istraživanja

## Key words

overreinforced concrete girder, numerical study, nonlinear analysis, finite element method, MASA program, experimental study

## Mots clés

poutre en béton sur-armé, étude numérique, analyse non-linéaire, méthode des éléments finis, programme MASA, étude expérimentale

## Ключевые слова

преармированная бетонная балка, числовое исследование, нелинейный расчёт, метод конечных элементов, программа MASA,

## Schlüsselworte

überbewehrter Betonbalken, numerische Studie, unlineare Berechnung, Methode der endlichen Elemente, Programm MASA, experimentale Untersuchungen

J. Ožbolt, D. Meštrović, I. Kožar

Izvorni znanstveni rad

## Trodimenzijski proračun prearmiranih betonskih greda

U članku su prikazani i raspravljani rezultati numeričke studije o proračunu prearmiranih betonskih greda. U studiji je primijenjen program MASA za trodimenzijski nelinearni proračun prearmiranih betonskih greda metodom konačnih elemenata. Neovisno od proračuna u studiji i tako dobivenih rezultata provedena su eksperimentalna istraživanja za iste tipove greda. U ovom radu je pokazano da se rezultati provedenih proračuna dobro slažu s rezultatima eksperimentalnih istraživanja.

J. Ožbolt, D. Meštrović, I. Kožar

Original scientific paper

## Three-dimensional analysis of overreinforced concrete girders

Results of the numerical study about the analysis of overreinforced concrete girders are presented and discussed in the paper. The MASA program for the three-dimensional nonlinear analysis of pre-reinforced concrete girders by finite element method is applied in the study. An another experimental study, independent from the above analysis and its results, was conducted for similar girder types. The authors have established that there is a good correspondence of results between the above analysis and the independent experimental study.

J. Ožbolt, D. Meštrović, I. Kožar

Ouvrage scientifique original

## L'analyse tridimensionnelle des poutres en béton sur-armé

Les résultats de l'étude numérique des poutres en béton sur-armé sont présentés et analysés dans l'ouvrage. Le programme MASA pour l'analyse tridimensionnelle non-linéaire des poutres en béton préarmé, se basant sur la méthode des éléments finis, a été utilisé dans l'étude. Une autre étude expérimentale, indépendante de l'analyse et des résultats sus citées, a été conduite pour les poutres de type similaire. Les auteurs ont trouvé qu'il y a une bonne correspondance de résultats entre l'analyse susmentionnée et l'étude indépendante expérimentale.

Й. Ожболт, Д. Мештрович, И. Кошар

Оригинальная научная работа

## Трёхразмерный расчёт преармированных бетонных балок

В статье показаны и обсуждены результаты числового исследования о расчёте преармированных бетонных балок. В исследовании применена программа MASA для трёхразмерного нелинейного расчёта преармированных бетонных балок методом конечных элементов. Независимо от расчёта в исследовании и, на основании таким образом полученных результатов, проведены экспериментальные исследования для таких же видов балок. В этой работе показано, что результаты проведённых расчётов, хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований.

J. Ožbolt, D. Meštrović, I. Kožar

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Dreidimensionale Berechnung überbewehrter Betonbalken

Im Artikel zeigt und erörtert man die Ergebnisse einer numerischen Studie über die Berechnung von überbewehrten Balken. In der Studie wurde das Programm MASA für dreidimensionale unlineare Berechnungen überbewehrter Betonbalken nach der Methode der endlichen Elemente angewendet. Unabhängig von der Berechnung in der Studie und so gewonnenen Ergebnissen führte man für die gleichen Balkentypen experimentale Untersuchungen durch. In diesem Artikel wird gezeigt dass die Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen gut mit den Ergebnissen der experimentalen Untersuchungen übereinstimmen.

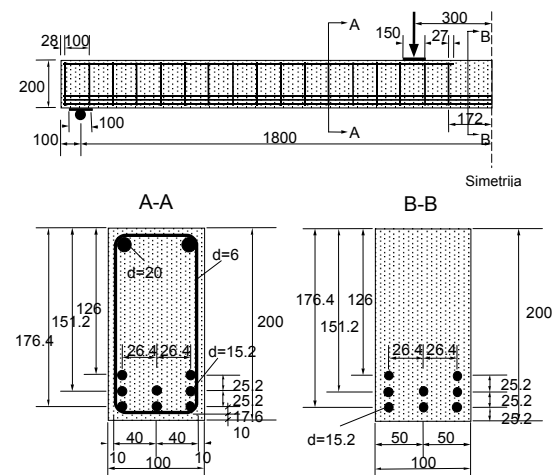
Autori: Prof. dr. sc. **Joško Ožbolt**, dipl. ing. građ., Institut za materijale, Građevinski fakultet Sveučilišta u Stuttgartu; doc. dr. sc. **Darko Meštrović**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu; prof. dr. sc. **Ivica Kožar**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci

## 1 Uvod

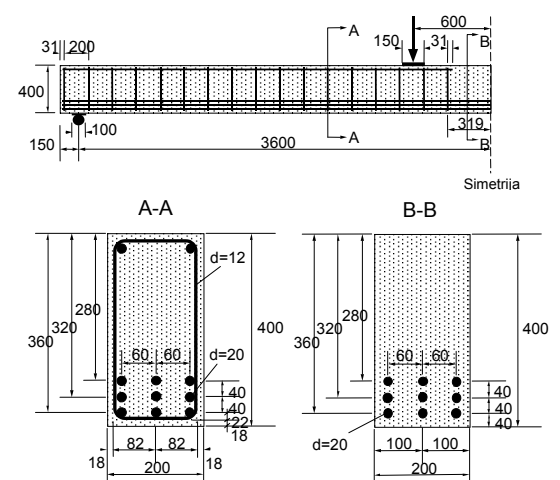
Danas se u inženjerskoj praksi vrlo često rabe betonske konstrukcije ili elementi kod kojih se računa tlačnom čvrstoćom betona (grede, prearmirane grede, prednapete grede, itd.). Zbog napretka u tehnologiji betona relativno je jednostavno proizvesti beton visokih čvrstoća s jednoosnom tlačnom čvrstoćom većom od 100 MPa. Nadalje, jednako tako često se upotrebljava beton visoke tlačne čvrstoće armiran vlaknima. Poznato je da je tlačni slom betonskih elemenata krhki slom, čak i kad se rabi beton obične čvrstoće koji je u odnosu prema betonu visoke čvrstoće relativno duktilan. Za beton visoke čvrstoće krhkost konstrukcije i time utjecaj veličine konstrukcije na nosivost konstrukcije (*size effect*) trebali bi biti još jače izraženi. Stoga je važno korektno predvidjeti tlačni slom elemenata konstrukcije različitih veličina napravljenih od betona različite kvalitete. Posljednjih je nekoliko godina postignut značajan napredak u modeliranju fenomena oštećenja i sloma betonskih i armiranobetonskih konstrukcija u okviru klasične mehanike kontinuuma. Unatoč brojnim teškoćama, za dominantno vlačno opterećenje moguće je realno predvidjeti slom za mnoge aplikacije iz inženjerske prakse. Pitanje jest je li u okviru iste teorije ovo također moguće za slučaj dominantno tlačnog opterećenja (krti lom). Da bi se odgovorilo na to pitanje, nedavno je RILEM TC 148SSC predložio numerički proračun "Modeliranje prearmiranih betonskih greda" koji se provodi prije eksperimentalnih ispitivanja (*round robin analysis*). Cilj studije bio je utvrditi može li se primjenom spomenute tehnike modeliranja u kombinaciji sa standardnom procedurom za identifikaciju makroskopskih karakteristika betona (tlačna čvrstoća  $f_c$ , vlačna čvrstoća  $f_t$  i energija sloma  $G_F$ ) korektno predvidjeti ponašanje prearmiranih greda koje se slome zbog prekoračenja tlačne čvrstoće. Ukupno je sedam istraživačkih institucija sudjelovalo u projektu. U ovome članku prikazani su rezultati numeričkog proračuna dobiveni upotrebom programa MASA za 3D nelinearni proračun konstrukcija metodom konačnih elemenata [3]. U programu je uporabljen mikroravninski model (*microplane model*) [4] kao trodimenzijski konstitutivni zakon betona. Prikazani su i razmatrani rezultati za relativno male prearmirane grede napravljene od tri različita tipa betona i rezultati za prearmirane grede dviju različitih veličina napravljene od betona obične čvrstoće. Numerički su rezultati već prethodno objavljeni u radu [3], ali tada rezultati ispitivanja (van Mier, 1998.) još nisu bili dostupni. Stoga su u ovome članku rezultati eksperimentalnih istraživanja uspoređeni s numeričkim rezultatima. Razmatrana je usporedba i izneseni su kratki zaključci i preporuke. Pri usporedbi numeričkih i eksperimentalnih istraživanja treba imati na umu da je puno "lakše predvidjeti" ponašanje konstrukcije ako su rezultati ispitivanja već dostupni, što u ovom primjeru nije bio slučaj.

## 2 Geometrija, prostorna diskretizacija i karakteristike materijala

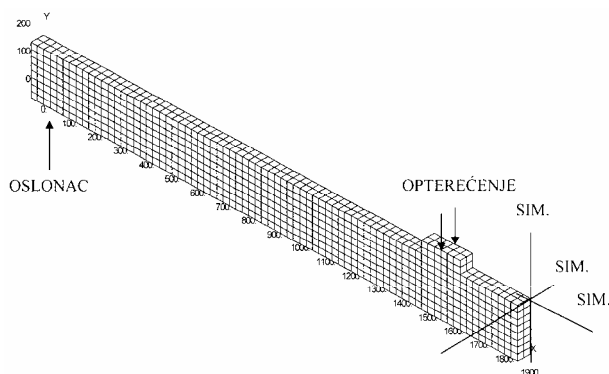
Kako je predložio RILEM TC 148SSC [8], ovdje se razmatraju grede dviju različitih veličina opterećene savijanjem u četiri točke: (1) mala greda (slika 1.) raspona  $l = 3600$  mm, visine  $h = 200$  mm i  $b = 100$  mm i (2) velika greda (slika 2.) sa  $l = 7200$  mm,  $h = 400$  mm i  $b = 200$  mm. Sve su grede prearmirane i s istim postotkom armiranja od približno  $\mu = 7,3\%$ . Sve tri izmjere malih greda iznose polovinu izmjera velikih greda. Razmatrane su tri kvalitete betona: beton obične čvrstoće (NSC), beton visoke čvrstoće (HSC) i vlaknima armiran beton visoke čvrstoće (FRC). Studija učinka mjerila za dvije veličine greda ( $h = 200$  mm i  $h = 400$  mm) provedena je za grede od betona obične čvrstoće. Isto kao i u eksperimentalnom programu, samo male grede ( $h = 200$  mm) analizirane su za betone različitih kvaliteta (NSC, HSC i FRC). Da bi se bolje lokalizirao tlačni slom betona, u srednjem presjeku grede, u duljini približno 600 mm, nije bilo armature u tlačnom području (slika 1.).



Slika 1. Geometrija i armatura male grede ( $h = 200$  mm)



Slika 2. Geometrija i armatura velike grede ( $h = 400$  mm)



Slika 3. Trodimenzijska mreža konačnih elemenata – jedna četvrtina grede

Tipična prostorna diskretizacija metodom konačnih elemenata prikazana je slici 3. Za prostornu diskretizaciju betona uporabljeni su trodimenzijski linearni elementi s 8 čvorova i 8 integracijskih točaka. Čelične su šipke (uzdužna armatura i spone) modelirane sa štapnim elementima. Da bi se primjenom metode razmazanih pukotina dobili rezultati koji nisu ovisni o veličini konačnih elemenata, kao što je to slučaj u klasičnom lokalnom Boltzmannovu kontinuumu, upotrijebljena je teorija trake u kojoj se lokalizira pukotina (*crack band theory* [1]). Prema toj teoriji, konstitutivni zakon za jednoosni tlak i jednoosni vlak treba vezati uz prosječnu veličinu konačnog elementa  $c_b$  (za prostorne elemente  $c_b = V_E^{1/3}$ ,  $V_E$  = volumen konačnog elementa). Glavne su pretpostavke: (1) i vlačna i tlačna oštećenja lokaliziraju se u jednom redu (traci) konačnih elemenata i (2) vlačna i tlačna energija sloma ( $G_F$  i  $G_C$ ) su materijalne konstante.

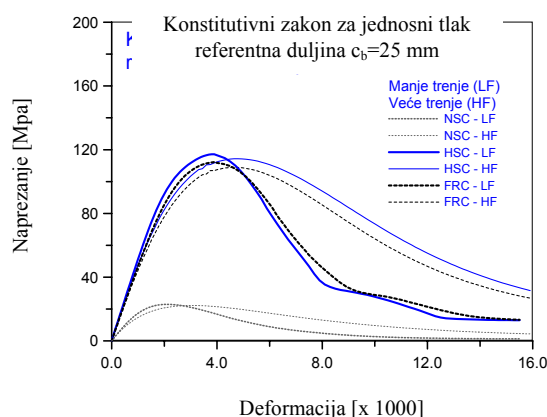
Tablica 1. Sažetak makroskopskih karakteristika betona iskorištenih u proračunu

Beton	NSC	HSC	FRC
$E_c$ Mpa	22000	55000	50000
$\nu$	0,18	0,18	0,18
$f_t$ Mpa	1,89	4,83	7,14
$f_c$ Mpa	22,75	118	114
$G_F$ (N/mm)	0,092	0,125	3,780

Makroskopske karakteristike triju različitih betona, prema RILEM-u, sažete su u tablici I. Unutar okvira teorije razmazanih pukotina, karakteristike vlačnoga radnog dijagrama betona dobivene su iz poznate vlačne čvrstoće ( $f_t$ ) i energije sloma betona ( $G_F$ ). Da bi se korektno modelirao slom betona u tlaku mora se znati ne samo tlačna čvrstoća betona nego i tlačna energija sloma betona ( $G_C$ , van Mier, 1998.) koju nije eksplicitno specificirao RILEM, no bili su dostupni jednoosna tlačna ispitivanja na betonskim valjcima. Stoga, kako bi se približno odredila tlačna energija sloma betona, ispitivanja na betonskim valjcima simulirana su trodimenzionalnim pro-

računom metodom konačnih elemenata. Prosječna veličina elemenata ( $c_b = 22$  mm) uzeta je približno ista kao što će se kasnije rabiti u proračunu malih greda. Jednosni tlačni radni dijagram betona određen je kalibracijom rezultata 3D proračuna s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja. Rezultirajuće su krivulje prikazane na slici 4. Procijenjene energije sloma betona na tlak su za beton obične čvrstoće  $G_C \sim 2,5$  N/mm te za betone visoke čvrstoće  $G_C \sim 20$  N/mm. Može se uočiti da za HSC jednoosna tlačna ispitivanja već za relativno male uzorke pokazuju kontrolu sile prema širenju pukotine (*snap-back*) u području omekšanja materijala. Stoga je bilo teško usporediti rezultate ispitivanja s numeričkim rezultatima, pa je kao posljedica toga procijenjena veličina energije sloma betona  $G_C$  vjerojatno nešto veća od stvarne veličine. S obzirom na to da tlačnu energiju sloma  $G_C$  nije bilo moguće precizno identificirati, proračun svih greda proveden je za betone s dvije različite tlačne energije sloma: (1) obična energija sloma dobivena na osnovi gore opisanog postupka (u tekstu označen kao beton tipa LF (*low friction*); beton kod kojeg je unutrašnje trenje manje pa je i nosivost betona na tlak manja) i (2) beton s energijom sloma  $G_C$  koja je u odnosu na gore navedenu uvećana za 60% (u tekstu označen kao beton tipa HF – 'high friction'; beton kod kojeg je unutrašnje trenje veće pa je i nosivost betona na tlak veća). Poznajući jednoosnu čvrstoću i tlačnu energiju sloma betona, zakon omekšanja betona pri tlačnom naprezanju određen je u skladu s *crack band* teorijom.

U proračunu se pretpostavilo da je armaturni čelik idealno elastoplastičan materijal. Za rebrastu armaturu uzete su karakteristike: Youngov modul  $E_s = 222000$  MPa i granica popuštanja  $\sigma_y = 650$  MPa. Za usukane žice uzete su karakteristike:  $E_s = 195000$  MPa i  $\sigma_y = 1650$  MPa.



Slika 4. Konstitutivni zakon betona za jednoosni tlak (poredbena širina razmazane pukotine  $c_b = 22$  mm): NSC, HSC i FRC

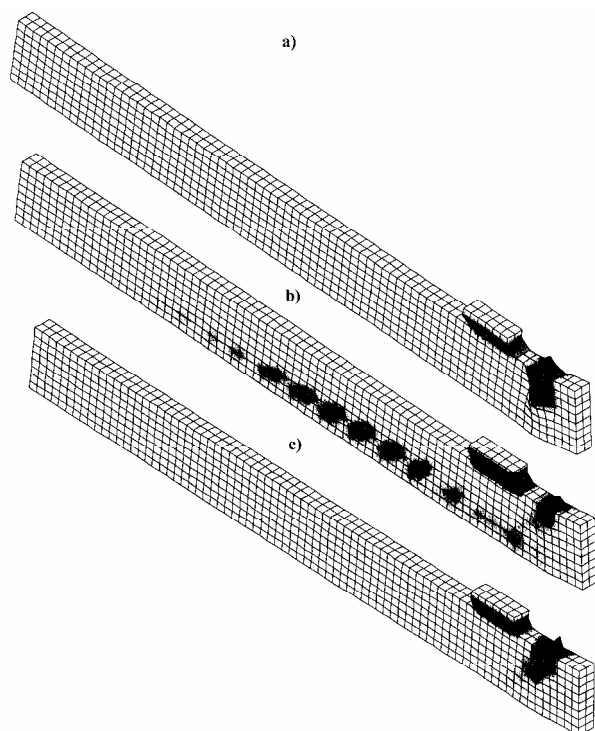
Opterećenje greda kontrolira se pomacima točaka srednje linije čelične ploče koja je modelirana sa 3D elastič-

nim prostornim elementima. Ploča je s površinom betonske grede spojena zglobnim štapnim elementima koji ne mogu preuzeti posmik (trenje) između opterećene ploče i površine betona. Rubni su uvjeti uzeti prema preporukama RILEM-a (slobodno oslonjena greda).

### 3 Rezultati proračuna i usporedba s rezultatima ispitivanja

#### 3.1 Različite karakteristike betona

Male su se grede proračunavale i ispitivale za tri različita tipa betona. Jednako kao u ispitivanjima, u proračunu je za sve tri kvalitete betona dobiven slom betona u tlačnom području. Tipični tipovi sloma za sva su tri tipa betona prikazani na slici 5. Tamna područja su područja oštećenja betona (glavne vlačne deformacije). Sa slike 5. može se vidjeti da za razliku od NSC i FRC greda, grede napravljene od HSC pokazuju značajno oštećenje uzduž armature savijanja u području prijenosa sile iz armature u beton. Razlog ovog oštećenja je visoka krhkost HSC betona. Ovo oštećenje je vjerojatno djelomično odgovorno za redukciju relativne nosivosti i duktilnosti grede, kako će biti prikazano kasnije.



Slika 5. Tipovi sloma grede – tamna područja su područja oštećenja grede nakon maksimalnog opterećenja za: a) NSC, b) HSC i c) FRC

Proračunana i u eksperimentima izmjerena prosječna najveća opterećenja i progibi sažeti su u tablici II. Općenito gledajući, numerički dobivene nosivosti greda su do 15% manje od izmjerenih vrijednosti. Kako se moglo

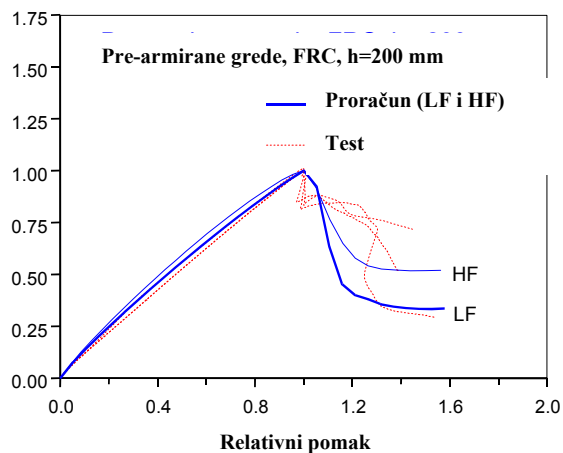
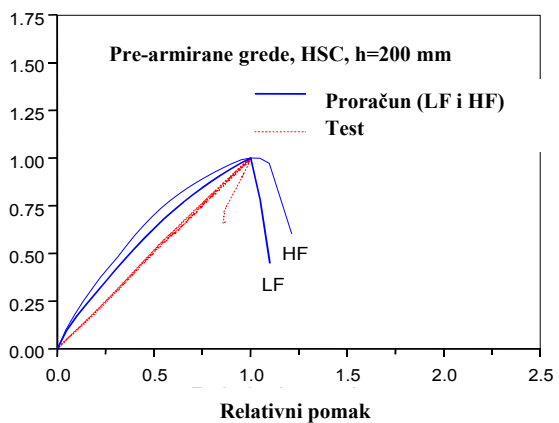
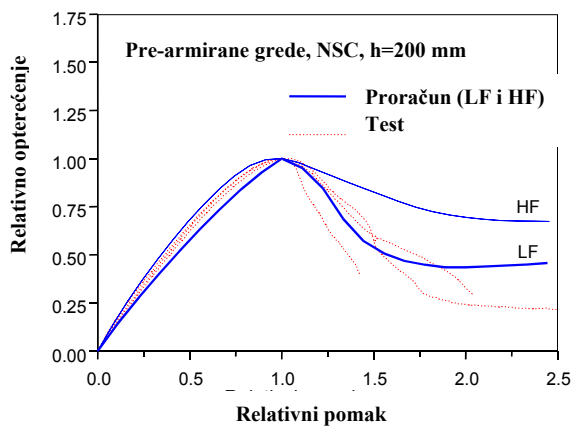
očekivati, razlike u izmjerenim progibima pri maksimalnom su opterećenju nešto veće (najviše oko 25%). Razlog tome su osim veće izmjerene nosivosti i lokalni nelinearni efekti (oslonci i mjesta nanošenja opterećenja) koji pridonose ukupnom pomaku i u proračunu nisu uzeti u obzir.

Krivulje proračunanih i izmjerenih pomaka i opterećenja pokazuju da se grede od NSC i FRC stabilnije i duktilnije ponašaju u režimu poslije maksimalnog opterećenja. To se vidi na slici 6. koja pokazuje relativno opterećenje kao funkciju relativnog pomaka. U prikazanim su krivuljama opterećenje i pomak normalizirani na najveće opterećenje i pripadni pomak. Obje, NSC i FRC, grede ukazuju na postojanje platoa nakon doseganja maksimalne nosivosti (zona omekšanja grede). To je moguće zbog relativno stabilnog procesa oštećenja i popuštanja armature u poprečnom presjeku u sredini raspona pošto je visina poprečnog presjeka reducirana zbog puknuća pritisnutog dijela cijeloga poprečnoga presjeka. U suprotnosti s ovim gredama, HSC greda slomila se na eksplozivnan način ubrzo pošto je dosegnuo maksimalno opterećenje. Podudaranja između proračunanih i izmjerenih rezultata su dobra. Iz slike 6. može se vidjeti da se opisano ponašanje greda dobro slaže s rezultatima eksperimenata.

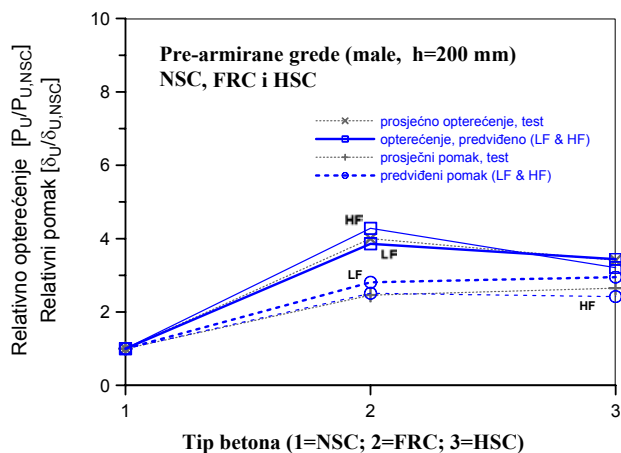
Utjecaj tipa betona na nosivost i pomak pri najvećem je opterećenju prikazan na slici 7. Prikazana su relativna najveća opterećenja ( $P_{U,rel}$ ) i odgovarajući pomaci ( $\delta_{U,rel}$ ) dobiveni u proračunu i kasnije izmjereni u eksperimentu ovisno o tipu betona. Izmjereni je rezultat prosječna vrijednost triju ispitivanja. Relativne vrijednosti za najveća opterećenja i odgovarajuće pomake normalizirani su s proračunanim i izmjerenim rezultatima za NSC, npr.  $P_{U,rel} = P_U/P_{U,NSC}$  i  $\delta_{U,rel} = \delta_U/\delta_{U,NSC}$ . Pomak  $\delta_U$  odgovara pomacima pri najvećem opterećenju, a pomak  $\delta_{U,NSC}$  pomaku pri najvećem opterećenju izmjerenih za grede od NSC-a. Na slici se vidi da ispitivanja i proračun pokazuju praktički jednaku tendenciju pri variranju tipa betona, što znači da su kvalitativna predviđanja proračuna bila vrlo dobra.

Relativna je nazivna čvrstoća grede ( $\sigma_{N,R} = P_U/f_c h$ ) kao funkcija tipa betona prikazana na slici 8. gdje su uspoređeni numerički i u eksperimentu izmjereni rezultati. Slika pokazuje dobro podudaranje između proračunanih i izmjerenih vrijednosti ne samo u apsolutnim vrijednostima nego i kvalitativno – tendencija je praktički ista. Može se vidjeti da HSC grede daju najmanju relativnu čvrstoću. Najveću relativnu čvrstoću pokazuju grede od NSC. U usporedbi s NSC gredama relativna čvrstoća HSC greda reducirana je za oko 50%. To je značajna redukcija relativne nosivosti i pokazuje da relativna nosivost grede nije proporcionalna s povećanjem čvrstoće

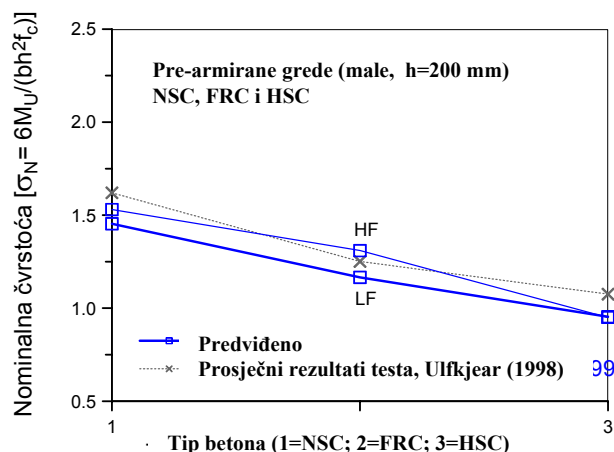
betona. Relativna čvrstoća FRC greda jest između rezultata dobivenih za HSC i NSC. Načelno isto vrijedi i za duktilnost greda. Općenito, smanjenje relativne nosivosti i duktilnosti ovisi o tipu konstrukcije, veličini konstrukcije i krhkosti materijala. Što se tiče tlačnog sloma, slika 6. pokazuje da bi čak i kod relativno malih greda ( $h = 200$  mm) napravljenih od HSC moglo biti opasno upotrijebiti ista pravila za dimenzioniranje kao kod greda napravljenih od NSC.



Slika 6. Numerički i eksperimentalni rezultati - relativno opterećenje kao funkcija pomaka za male greda napravljene od: (a) NSC, (b) HSC i (c) FRC



Slika 7. Relativna nosivost i relativni pomaci kao funkcija tipa betona dobiveni u eksperimentima (prosjeck triju ispitivanja) i u proračunu



Slika 8. Nazivna čvrstoća kao funkcija kvalitete betona

Tablica 2. Sažetak proračunanih najvećih opterećenja i pomaka i u eksperimentu izmjerenih vrijednosti za male greda (rezultati ispitivanja za male greda (rezultati ispitivanja su srednja vrijednost triju eksperimenata))

Tip betona	Male greda			
	ispitivanje (srednja vrijednost)		proračun	
	$P_U$ (kN)	$\delta_U$ (mm)	$P_U$ (kN)	$\delta_U$ (mm)
NSC (kN)	16,4	21,0	14,7	13,5
HSC (kN)	56,4	55,7	50,2	40,0
FRC (kN)	63,4	51,7	58,8	38,0

### 3.2. Različite veličine greda

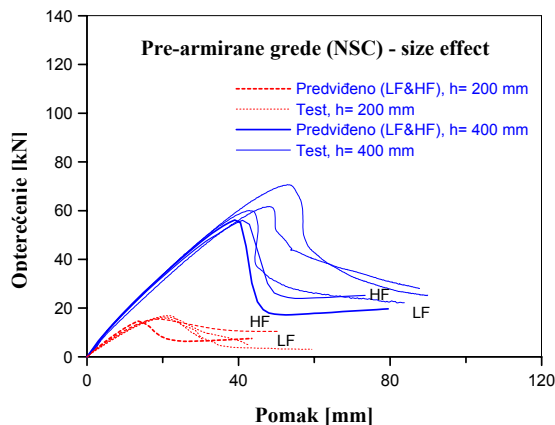
Da bi se istražio utjecaj veličine prearmiranih greda na njihovu nosivost (tzv. *size effect*) te na ponašanje poslije najvećega opterećenja, u okviru RILEM-ove međuinstitutske analize ispitivanja (*round robin analysis*) istražene su dvije različite veličine NSC greda ( $h = 200$  i  $400$

mm). U tablici 3. dani su prosječni izmjereni i proračunani rezultati za najveća opterećenja ( $P_U$ ) i odgovarajući pomaci ( $\delta_U$ ). Kako se može vidjeti, apsolutna vrijednost proračunanih rezultata relativno se dobro slaže s prosječnim izmjerenim rezultatima. Slično kao u slučaju malih greda, numerički dobivene nosivosti greda i odgovarajući pomaci nešto su potcijenjeni, međutim, kvalitativno je ponašanje konstrukcije vrlo dobro predviđeno.

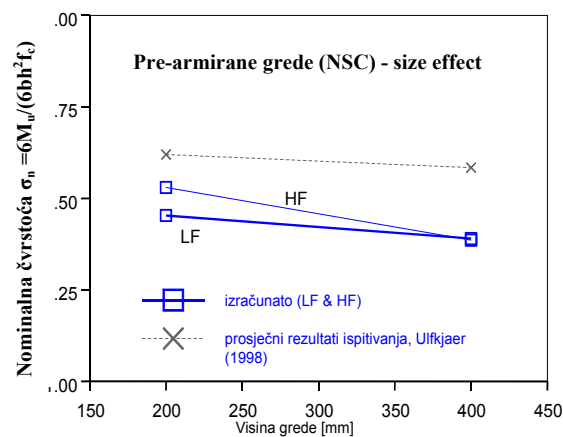
Tablica 3. Sažetak maksimalnih opterećenja i odgovarajućih pomaka za NSC grede dviju veličina – male ( $h = 200$  mm) i velike ( $h = 400$  mm)

Veličina grede	NSC			
	test (srednja vrijednost)		proračun	
	$P_U$ (kN)	$\delta_U$ (mm)	$P_U$ (kN)	$\delta_U$ (mm)
mala	16,4	21,0	14,7	13,5
velika	64,1	47,8	56,2	39,0

Proračunane i izmjerene krivulje opterećenje-pomak prikazane su na slici 9. za obje veličine greda,  $h = 200$  mm i  $h = 400$  mm.



Slika 9. Proračunane i u eksperimentu izmjerene krivulje opterećenje – pomak za male i velike grede napravljene od NSC



Slika 10. Nazivna čvrstoća kao funkcija veličine grede – proračunani i prosječni rezultati ispitivanja

Kako se može vidjeti iz usporedbe proračunanih maksimalnih opterećenja, nema značajnog učinka veličine na nosivost greda. To se vidi iz slike 10. koja pokazuje nazivne nosivosti greda kao funkcije njezine visine. Geometrijsko umanjeње veličine grede u sva tri smjera s faktorom 2 uzrokuje smanjenje nazivne nosivosti otprilike 5% (u ispitivanju 2%). Nešto je izražajniји učinak veličine na ponašanje grede nakon najvećeg opterećenja. Naime manja greda pokazuje znatno duktilnije ponašanje u području nakon dosezanja maksimalne nosivosti (slika 9.).

#### 4 Zaključak

Na osnovi rezultata eksperimentalnih i teorijskih ispitivanja prikazanih u članku može se zaključiti sljedeće:

- Proračun pokazuje da se sve analizirane grede slome zbog pucanja betona u tlačnom dijelu grede (krhki slom betona). Numerički rezultati za razne vrste betona te za razne veličine greda, koji su dobiveni prije nego što su provedeni eksperimenti, pokazuju dobro slaganje s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja. Programom MASA za nelinearni 3D proračun betonskih konstrukcija metodom konačnih elemenata uz primjenu mikroravninskog modela i koncepta razmazanih pukotina, može se realno predvidjeti krhki tlačni slom armiranobetonskih greda.
- Rezultati analize i eksperimenta pokazuju da efikasnost greda nije proporcionalna čvrstoći betona. Grede načinjene od običnog betona su znatno efikasnije nego iste grede od betona visoke čvrstoće. Primjenom istih pravila za dimenzioniranje greda, neovisnih o tipu betona, grede načinjene od visokovrijednih betona bile bi manje sigurne nego grede od betona niže čvrstoće.
- Prearmirane su grede napravljene od NSC i FRC nakon dosezanja nosivosti znatno duktilnije nego što je to slučaj s gredama od betona visoke čvrstoće (HSC). Osim toga, rezultati pokazuju da tlačna energija sloma betona ima relativno velik utjecaj na duktilnost nakon sloma greda, ali gotovo nikakav utjecaj na maksimalnu nosivost.
- Numerički i eksperimentalni rezultati pokazuju da nema znatnog učinka veličine na maksimalnu nosivost greda od običnog betona (NSC), ali se velike grede nakon sloma ponašaju krhkiје, odnosno učinak veličine na ponašanje nakon sloma greda je znatan.
- Rezultati eksperimentalnih i numeričkih ispitivanja te njihova usporedba otvaraju niz pitanja vezanih uz duktilnost ponašanja greda nakon sloma od različitih vrsta betona i različitih veličina koje se slome zbog prekoračenja tlačne čvrstoće betona. Radi projektiranja ekonomičnih i sigurnih konstrukcija očito je pot-

rebno daljnje istraživanje na tom području, pogotovo ako se ima na umu činjenica da danas na tržištu pos-

toji čitav niz visokovrijednih betona potpuno različitih karakteristika pri slomu.

#### LITERATURA

- [1] Bažant, Z. P.; Oh, B. H.: *Crack band theory for fracture of concrete*, Materials and Structures, RILEM, 93, (16), 1983. 155-177.
- [2] Ožbolt, J.: *Maßstabseffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbeton Konstruktionen*, Postdoctoral thesis, Stuttgart University, Germany, 1995.
- [3] Ožbolt, J.: *MASA-Macroscopic Space Analysis*, User Manual, Internal Report, Inst. of Constr. Mat., University of Stuttgart, Germany, 1998.
- [4] Ožbolt, J.; Li, Y.-J.; Kožar, I.: *Relaxed kinematic constrained microplane model for concrete*, Internal Report, Inst. Of Constr. Mat., University of Stuttgart, Germany, 1999.
- [5] Ožbolt, J.; Li, Y.-J.; Eligehausen, R.: *3D finite element analysis of over-reinforced beams*, Fracture Mechanics of Concrete Structures, Mihashi and Rokugo, eds., Vol. 2, 1998., 1233-1240.
- [6] Ulfkjaer, J. P.: *Experimental investigation of over-reinforced concrete beams of three different types of concrete and at two different size scales*, Fracture Mechanics of Concrete Structures, Mihashi and Rokugo, eds., Vol. 2, 1998., 1253-1260.
- [7] Van Mier, J. G. M.: *Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions*, Dissertation, Eindhoven University of Technology, 1984.
- [8] *Round robin analysis: Modeling of over-reinforced concrete beams*, 1997. RILEM TC-148SSC.